

UNIVERSITÉ DE SFAX
École Supérieure de Commerce

Année Universitaire 2003 / 2004

Auditoire : Troisième Année
Études Supérieures Commerciales & Sciences Comptables

DÉCISIONS FINANCIÈRES

Note de cours N° 4

Première Partie : La décision d'investissement

Chapitre 3 : Choix des investissements en avenir incertain

Enseignant : Walid KHOUFI

1. Introduction

D'après le chapitre précédent, l'étude financière des projets d'investissement consiste à analyser leur rentabilité en supposant que les flux monétaires sont connus avec certitude, mais cette hypothèse n'est pas une description exacte de la réalité. En effet les flux monétaires utilisés ne sont que des prévisions qui sont susceptibles de varier substantiellement dans le temps. Dans ces conditions, l'analyse de la rentabilité d'un projet d'investissement devra incorporer le facteur risque.

2. Les méthodes approximatives pour tenir compte du risque d'un projet:

Ces méthodes consistent à ajuster la valeur actuelle nette VAN du projet pour tenir compte de son risque.

L'ajustement de la VAN s'effectue en modifiant l'un des paramètres suivants :

- La durée du projet,
- Les flux monétaires,
- Le taux d'actualisation,

Les corrections apportées à ces paramètres sont dans la plupart des cas, purement subjectives et dépendent du degré d'aversion des gestionnaires envers le risque.

2.1. Réduction de la durée du projet

En se basant sur le fait que les flux monétaires les plus éloignés dans le temps sont les plus risqués, certains praticiens considèrent qu'un raccourcissement de la durée de vie permet dès lors d'annuler le risque attaché au projet. Ainsi, plus un projet sera jugé risqué par les gestionnaires, plus grand sera le nombre d'années qui sera retranché de sa durée de vie initialement prévue.

Le calcul de la VAN s'effectue alors comme suit :

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^{n-x} \frac{E(CFN_t)}{(1+i)^t}$$

Où n = durée de vie initialement prévue pour le projet.

x = nombre d'années à retranchés pour tenir compte du risque du projet.

E(CFN_t) = cash-flow net espéré pour la période t .

I₀ : investissement initial.

i : taux d'actualisation approprié pour les flux monétaires.

Remarque : le taux d'actualisation utilisé est le taux sans risque étant donné que l'on tient compte du risque en réduisant un certain nombre d'années de la durée de vie initiale du projet.

Exemple 1	<p>Une entreprise a la possibilité d'investir dans un projet dont les caractéristiques sont les suivantes :</p> <p>Investissement = 100000 TND Taux sans risque = 10 % Durée de vie = 15 ans Cash-flow net annuel = 15000 TND</p> <p>Compte tenu du risque du projet l'un des dirigeants désire retrancher les quatre dernières années de la durée de vie normale du projet alors qu'un autre dirigeant estime qu'une pénalité de trois ans serait suffisante.</p> <p>Déterminer la VAN du projet selon chacune de ces deux hypothèses.</p>
Solution	<p>- Pénalité de 4 ans :</p> $VAN = \sum_{t=1}^{15-4} \frac{15000}{(1.10)^t} - 100000 = -2574,085$ <p>- Pénalité de 3 ans :</p> $VAN = \sum_{t=1}^{15-3} \frac{15000}{(1.12)^t} - 100000 = 2205,377$ <p>A travers cet exemple nous remarquons que dans un cas le projet est non rentable, alors que dans l'autre nous pouvons l'accepter. Cette démarche est très arbitraire puisque la pénalité attribuée au projet est purement intuitive et dépend de l'attitude de l'analyste envers le risque.</p>

Cette approche est très arbitraire et a tendance à pénaliser les projets dont les flux monétaires les plus importants se situent au niveau des dernières années. Sur le plan théorique, il est difficile de recommander l'utilisation de cette méthode pour tenir compte du risque.

2.2. Méthodes basée sur l'ajustement des flux monétaires

Cette approche, connue également sous le nom de la méthode de l'équivalent certain, consiste à pénaliser la VAN en transformant les cash-flows nets espérés du projet en montants certains par le biais d'une série de coefficients d'ajustement ($\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$).

Ces coefficients ont des valeurs comprises entre 0 et 1 et varient de façon inverse avec le degré de risque des cash-flows.

Pour calculer la VAN nous employons la formule suivante :

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{\alpha_t E(CFN)^t}{(1+i)^t}$$

Avec α_t : coefficient d'ajustement du cash-flow pour la période t.

i : taux d'actualisation sans risque (Voir remarque du paragraphe précédent).

Exemple 2	
	<p>Soit un projet d'une durée de vie égale à 2 ans et nécessitant un investissement de 1000 TND. Le cash-flow espéré de la première année est 400 TND alors que celui de la deuxième année est de 1100 TND.</p> <p>On suppose que le taux des bons de trésor pour une échéance de 2 ans est de 10% et que le gestionnaire du projet attribue aux différents flux monétaires les coefficients d'ajustement suivant: $\alpha_0 = 1 ; \alpha_1 = 0,9 ; \alpha_2 = 0,8$</p> <p>1/ Doit-on accepter ce projet? 2/ Calculer la pénalité attribuée à ce projet pour tenir compte du risque.</p>
Solution	<p>1/ $VAN = -1000 + \frac{0,9(400)}{1,1} + \frac{0,8(1100)}{(1,1)^2}$</p> <p style="text-align: center;">$= 54,545$</p> <p>La VAN est supérieure à 0, donc le projet est à accepter.</p> <p>2/ $VAN' = -1000 + \frac{400}{1,1} + \frac{1100}{(1,1)^2} = 272,727$</p> <p>La différence entre les deux VAN obtenues égale à $272,727 - 54,545 = 218,182$ TND représente la pénalité attribuée au projet pour tenir compte du fait que le flux monétaires sont risqués.</p>

Il reste à signaler que les applications pratiques de cette méthode sont limitées compte tenu de la difficulté à déterminer les valeurs à attribuer aux coefficients d'ajustement.

2.3. La méthode du taux d'actualisation ajusté

Se basant sur le fait que le rendement exigé sur un investissement doit être lié au niveau de risque encouru, certains considèrent que la pénalisation de la VAN pour tenir compte du risque peut se faire en ajustant le taux d'actualisation en fonction du degré de risque du projet. Ainsi pour déterminer le taux à utiliser pour actualiser les flux monétaires incertains, on ajoutera au taux sans risque une certaine prime qui tient compte du risque.

Ainsi le taux d'actualisations ajusté k se calcule de la façon suivante:

$k = \text{taux sans risque} + \text{prime pour le risque.}$
 $k = i + \rho$

Où $k = \text{taux d'actualisation ajusté.}$

$i = \text{taux sans risque}$

$\rho = \text{prime pour le risque normal de l'entreprise et pour le risque spécifique lié au projet.}$

$$\text{Ainsi } VAN = \sum_{t=1}^n \frac{E(CFN_t)}{(1+k)^t} - I_0$$

3. Les méthodes de mesure du risque d'un projet

Il s'agit des méthodes qui utilisent les distributions de probabilité des flux monétaires pour évaluer le risque spécifique d'un projet. La mesure utilisée est l'écart type qui représente la dispersion des VAN possibles par rapport à la VAN espérée ou moyenne. En d'autres termes il représente la volatilité de la VAN.

3.1. Cas des projets d'une seule période

La valeur actuelle nette d'un projet se calcule ainsi :

$$E(VAN) = \sum_{j=1}^n P_j VAN_j$$

n : nombre d'événements possibles associés au projet

P_j : probabilité de réalisation du $j^{\text{ième}}$ événement

VAN_j : Valeur actuelle nette du projet si le $j^{\text{ième}}$ événement se produit.

Alors que la variance de la VAN se calcule à l'aide de l'expression :

$$\sigma^2(VAN) = \sum_j P_j [VAN_j - E(VAN)]^2$$

Quant à l'écart type qui caractérise le risque inhérent à un projet est égale à :

$$\sigma(VAN) = \sqrt{\sum_{j=1}^n P_j [VAN_j - E(VAN)]^2}$$

Plus l'écart type est élevé, plus les VAN possibles ont tendance à différer de la VAN espérée donc plus le risque du projet, est grand.

Lorsque nous comparons plusieurs projets de VAN espérées différentes mais de risques égaux nous retiendrons le projet ayant la VAN espérée la plus élevée. Mais lorsque nous comparons plusieurs projets de VAN espérées égales et de risques différents nous choisirons le projet ayant le risque ($\sigma(VAN)$) le plus faible. Enfin si nous comparons des projets de VAN espérées différentes et de risques différents, la solution à retenir dépendra du degré d'aversion du gestionnaire envers le risque. Cependant, pour faciliter la prise de décision, certains analystes calculent le degré de risque par unité de rendement espéré du projet représenté l'équation suivante connue sous le nom du coefficient de variation :

$$CV = \frac{\sigma(VAN)}{E(VAN)}$$

Exemple 3

Considérons deux projets mutuellement exclusifs X et Y. Chacun des deux projets a une durée de vie d'un an et permet la réalisation des cash-flows suivants :

Projet X: Investissement 50000 TND

Probabilité	CFN de la 1 ^{ère} Année
0,3	50000
0,2	60000
0,2	62500
0,3	70000

Projet Y: Investissement 30000 TND

Probabilité	CFN de la 1 ^{ère} Année
0,3	20000
0,4	40000
0,3	60000

Le taux sans risque est de 10%

A/ Calculer pour chacun des projets la VAN espérée et son risque

B/ Quel projet la firme devrait-elle retenir si son objectif est de minimiser le coefficient de variation.

Solution**Projet X**

1- Calcule de la VAN espérée

CFN	CFN actualisé	VAN_j	P_j	$P_j V_j$
50000	45454,545	-4545,455	0,3	-1363,636
60000	54545,455	4545,455	0,2	909,091
62500	56818,182	6818,182	0,2	1363,636
70000	63636,364	13636,364	0,3	4090,909
$E(VAN_x)$				5000

2- Calcul du risque

$$\sigma^2(VAN_A) = 0,3(-4545,455-5000)^2 + 0,2(4545,455-5000)^2 + 0,2(6818,182-5000)^2 + 0,3(13636,364-5000)^2$$

$$\sigma^2(VAN_A) = 50413223$$

$$d'où \sigma(VAN_A) = 7100,227$$

Projet Y

1- Calcul de la VAN espérée

CFN	CFN actualisé	VAN_j	P_j	$P_j V_j$
20000	18181,818	-11818,182	0,3	-3545,455
40000	36363,636	6363,636	0,4	2545,455
60000	54545,455	24545,455	0,3	7363,636
$E(VAN_y)$				6363,636

2 – Calcul de risque

$$\sigma^2(VAN_y) = 0,3(-11818,182-6363,636)^2 + 0,4(6363,636-6363,636)^2 + 0,3(24545,455-6363,636)^2$$

$$\sigma^2(VAN_y) = 198347107$$

$$d'où \sigma(VAN_y) = 14083,576$$

Calcul des coefficients de variation

$$CV_x = \frac{7100,227}{5000} = 1,42$$

$$CV_y = \frac{14083,576}{6363,636} = 2,213$$

Compte tenu de son objectif, l'entreprise devrait retenir le projet X puisqu'il offre le plus faible risque relatif.

3.2. Projet dont les flux monétaires s'étalent sur plusieurs périodes

Lorsque la durée des projets couvre plusieurs périodes, il est nécessaire, en premier lieu, d'identifier la nature de la dépendance existant entre les flux monétaires successifs. La relation entre ces derniers peut être de trois types: indépendance totale, dépendance totale ou dépendance partielle.

3.2.1. Indépendance des flux monétaires dans le temps

Il y a indépendance entre les flux monétaires d'un projet si les flux monétaires d'une période quelconque ne sont aucunement affectés par ceux des périodes précédentes et n'affectent pas ceux des périodes subséquentes.

Dans ce contexte d'indépendance, la VAN espérée d'un projet se calcul de la manière suivante :

$$E(VAN) = \sum_{t=0}^n \frac{E(CFN_t)}{(1+i)^t}$$

Pour le calcul du risque, la formule à utiliser est la suivante :

$$\sigma(VAN) = \sqrt{\sum \frac{\sigma^2(CFN_t)}{(1+i)^{2t}}}$$

Exemple 4

Soit un projet d'une durée de vie de 2 ans, nécessitant un investissement de 50000 TND et dont la distribution de probabilité relative aux flux monétaires a la configuration suivante:

Année 1		Année 2	
Probabilités	CFN	Probabilités	CFN
0,2	25000	0,2	20000
0,5	30000	0,3	25000
0,2	35000	0,3	30000
0,1	40000	0,2	35000

On suppose que les flux sont complètement indépendants entre eux et que le taux sans risque est de 10%.

A/ Calculer la valeur actuelle nette espérée du projet et le risque de ce dernier.

B/ Ce projet devrait-il être accepté ?

Solution

$$E(CFN_1) = 31000$$

$$E(CFN_2) = 27500$$

$$E(VAN) = 909,091$$

$$\sigma^2(CFN_1) = 19000000$$

$$\sigma^2(CFN_2) = 26250000$$

$$\sigma^2(VAN) = 33631582$$

$$\sigma(VAN) = 5799,274$$

Le choix ou le rejet du projet dépend du degré d'aversion du gestionnaire envers le risque.

Pour faciliter la prise de décision, il peut être utile de calculer la probabilité que la VAN du projet soit négative, et ce en supposant une distribution normale et en ayant recours à la table de la loi normale.

$$\begin{aligned} P(VAN < 0) &= P\left(\frac{VAN - E(VAN)}{\sigma(VAN)} < \frac{0 - E(VAN)}{\sigma(VAN)}\right) \\ &= P\left(z < \frac{-E(VAN)}{\sigma(VAN)}\right) \\ &= P\left(z < \frac{-5799,274}{909,091}\right) \\ &= P(z < -6,38) \\ &= 1 - P(0 < z < 6,38) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Comme la possibilité d'avoir une VAN négative est nulle le projet sera fort probable accepté.

Remarque : le problème peut également être résolu en utilisant l'arbre de décision que nous présenterons dans le paragraphe 3.2.3.

3.2.2. Dépendance totale des flux monétaires dans le temps.

Dans le contexte de dépendance totale des flux monétaires dans le temps, les flux monétaires de la période t dépendent entièrement des résultats obtenus au cours des périodes précédentes. Dans une telle situation, la formule donnant la VAN espérée du projet n'est pas affectée par cette modification d'hypothèse.

$$E(VAN) = \sum_{t=0}^n \frac{E(CFN_t)}{(1+i)^t}$$

Alors que le risque du projet s'évalue ainsi :

$$\sigma(VAN) = \sum_{t=0}^n \frac{\sigma(CFN_t)}{(1+i)^t}$$

Exemple 5	Reprenons l'exemple précédent mais en supposant que les flux monétaires sont totalement dépendants entre eux.
Solution	$\sigma(\text{VAN}) = \frac{0}{(1+0.1)^0} + \frac{(19000000)^{\frac{1}{2}}}{(1.1)^1} + \frac{(26250000)^{\frac{1}{2}}}{(1.1)^2} = 8197$ <p>on remarque que le risque du projet est plus élevé lorsque les flux monétaires sont parfaitement et positivement corrélés que dans une situation où ils sont indépendants</p>

3.2.3 Dépendance partielles des flux monétaires dans le temps.

Dans la plupart des situations rencontrées en pratique, les flux monétaires d'un projet sont d'un point de vue statistique positivement mais imparfaitement corrélés. Pour aborder ce problème, il faut introduire une série de distribution de probabilités conditionnelles.

Exemple 6	<p>Soit un projet nécessitant un investissement de 50000 TND et dont la durée est de deux ans. Le taux sans risque est de 10% et les flux monétaires ont la configuration suivante:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2">1ere Année</th> <th colspan="2">2^e Année</th> </tr> <tr> <th>Probabilité</th> <th>CFN_1</th> <th>Probabilité</th> <th>CFN_2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">0,3</td> <td rowspan="3">20000</td> <td>0,5</td> <td>20000</td> </tr> <tr> <td>0,3</td> <td>25000</td> </tr> <tr> <td>0,2</td> <td>30000</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">0,4</td> <td rowspan="2">40000</td> <td>0,4</td> <td>20000</td> </tr> <tr> <td>0,6</td> <td>30000</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">0,3</td> <td rowspan="3">60000</td> <td>0,5</td> <td>25000</td> </tr> <tr> <td>0,4</td> <td>20000</td> </tr> <tr> <td>0,1</td> <td>15000</td> </tr> </tbody> </table> <p>1/ Déterminer la VAN espérée et le risque du projet 2/ Les dirigeants de l'entreprise ont décidé de n'accepter que les projets ayant un coefficient de variation inférieur ou égal à 0,9</p>	1ere Année		2 ^e Année		Probabilité	CFN_1	Probabilité	CFN_2	0,3	20000	0,5	20000	0,3	25000	0,2	30000	0,4	40000	0,4	20000	0,6	30000	0,3	60000	0,5	25000	0,4	20000	0,1	15000
1ere Année		2 ^e Année																													
Probabilité	CFN_1	Probabilité	CFN_2																												
0,3	20000	0,5	20000																												
		0,3	25000																												
		0,2	30000																												
0,4	40000	0,4	20000																												
		0,6	30000																												
0,3	60000	0,5	25000																												
		0,4	20000																												
		0,1	15000																												

Solution

1^{ère} méthode :

$$E(CFN_1) = 0,3(20000) + 0,4(40000) + 0,3(60000) = 40000$$

$$E(CFN_2) = 0,15(20000) + 0,09(25000) + 0,06(30000) + 0,16(20000) + 0,24(30000) + 0,15(25000) + 0,12(20000) + 0,03(15000) = 24050$$

$$E(VAN) = -50000 + \frac{40000}{1.1} + \frac{24050}{(1.1)^2} = 6240$$

$$\sigma^2(VAN) = \sum P_j [VAN_j - E(VAN)]^2$$

$$= 0,15 \left[(-50000 + \frac{20000}{1.1} + \frac{20000}{(1.1)^2}) - 6239,670 \right]^2 + \dots$$

$$+ 0,03 \left[(-50000 + \frac{60000}{1.1} + \frac{15000}{(1.1)^2}) - 6239,670 \right]^2$$

$$= 198721057$$

$$\Rightarrow \sigma(VAN) = 14096,846$$

2^e méthode :

I_0	P_1	CFN_1	P_2	CFN_2	VAN_j	P_j	$VAN_j P_j$
			0,5	20000	-15289	0,15	-2293
			16529				
	0,3	20000	0,3	25000	-11157	0,09	-1004
	18182		20661				
			0,2	30000	-7025	0,06	-421
			24793				
			0,4	20000	2893	0,16	463
-25000	0,4	40000	16529				
	36364		0,6	30000	11157	0,24	2678
			24793				
			0,5	25000	25207	0,15	3781
			20661				
	0,3	60000	0,4	20000	21074	0,12	2529
	54545		16529				
			0,1	15000	16942	0,03	508
			12397				6240

$$\sigma^2(VAN) = 0,15(-15289 - 6240)^2 + \dots + 0,1(16942 - 6240)^2 = 198721057$$

	$\sigma(\text{VAN}) = 14097$ $2/ CV = \frac{\sigma(\text{VAN})}{E(\text{VAN})} = \frac{14097}{6240} = 2,26$ En se basant sur la règle de décision établie par les gestionnaires, ce projet ne devrait pas être retenu.
--	--

4. L'évaluation du risque d'un projet en contexte de portefeuille

Les différentes méthodes examinées jusqu'à maintenant ont permis de porter un jugement sur la rentabilité et le risque d'un projet pris isolément. Toutefois, étant donné que l'objectif des gestionnaires est la maximisation de la valeur de l'entreprise, et sachant que cette dernière est fonction de la valeur des projets d'investissement de l'entreprise considérés dans leur ensemble, il apparaît plus judicieux d'évaluer le risque global de l'entreprise en considérant l'impact du risque relatif au nouveau projet. Dès lors, il convient de remarquer qu'entre deux projets, le meilleur projet, pris isolément, n'est pas nécessairement le meilleur si l'on prend en considération tous les projets de l'entreprise (nouveaux et anciens). La démarche à suivre à ce niveau est inspirée de la théorie de portefeuille.

Considérons un portefeuille p constitué de projets d'investissement, la valeur actuelle nette de ce portefeuille (p) est égale à la somme des valeurs actuelles nettes de chacun des projets (1,2,...,n) constituant le portefeuille :

$$E(\text{VAN}_p) = E(\text{VAN}_1) + E(\text{VAN}_2) + \dots + E(\text{VAN}_n).$$

Alors que la variance du portefeuille est obtenue en additionnant la variance de chacun des n projets et les variances de chaque paire de projets. Algébriquement nous avons :

$$\sigma^2(\text{VAN}_p) = \sum_{i=1}^n \sigma^2(\text{VAN}_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \text{COV}(\text{VAN}_i, \text{VAN}_j)$$

Puisque $\sigma^2(\text{VAN}_i) = \text{COV}(\text{VAN}_i, \text{VAN}_i)$, l'expression s'écrit également :

$$\sigma^2(\text{VAN}_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{COV}(\text{VAN}_i, \text{VAN}_j)$$

Le degré de dépendance linéaire existant entre la VAN de deux projets se mesure au moyen du coefficient de corrélation qui se calcul ainsi :

$$\rho(\text{VAN}_i, \text{VAN}_j) = \frac{\text{COV}(\text{VAN}_i, \text{VAN}_j)}{\sigma(\text{VAN}_i) \cdot \sigma(\text{VAN}_j)}$$

Ce coefficient de corrélation peut varier entre 1 et -1 :

Si $\rho = 1$: les projets évoluent exactement dans la même direction. On dit qu'ils sont positivement et parfaitement corrélés.

Si $\rho = -1$: les projets évoluent exactement en directions opposées. On dit qu'ils sont négativement et parfaitement corrélés.

Si $\rho = 0$: Les projets évoluent indépendamment les des autres.

Remarque : Généralement, en pratique, la plupart des projets retenus par une entreprise sont corrélés positivement, mais imparfaitement.

Il faut également remarquer que lorsque la covariance entre les VAN des projets n'est pas connue directement, on peut l'évaluer en utilisant l'égalité suivante:

$$\text{COV}(\text{VAN}_i, \text{VAN}_j) = \sum_{k=1}^n P_k [\text{VAN}_{ik} - E(\text{VAN}_i)] [\text{VAN}_{jk} - E(\text{VAN}_j)]$$

où

P_k : probabilité de réalisation de la conjoncture k.

$VAN_{i,k}$: VAN du projet i étant donné la conjoncture k.

$VAN_{j,k}$: VAN du projet j étant donné la conjoncture.

Exemple 7

L'entreprise AZF étudie la possibilité d'entreprendre l'un des deux projets mutuellement exclusifs X et Y dont les caractéristiques figurent dans le tableau suivant :

Nouveaux projets à l'étude : X et Y

Etat de l'économie	Probabilité associée à chaque état	Valeur actuelle nette	
		Projet X	Projet Y
Période de prospérité	0,4	5000	6000
Période de récession	0,6	8000	5000

Les projets actuellement en cours dans l'entreprise ont les caractéristiques suivantes :

Projets actuellement en cours dans l'entreprise

Etat de l'économie	Probabilité associée à chaque état	Valeur actuelle nette
Période de prospérité	0,4	30000
Période de récession	0,6	20000

Quel projet AZF a intérêt de choisir ?

Solution

Considérant d'abord chacun des projets isolément :

*** Projet X**

$$E(VAN_X) = 0,4(5000) + 0,6(8000) = 6800$$

$$\sigma^2(VAN_X) = 0,4(5000 - 6800)^2 + 0,6(8000 - 6800)^2 = 2160000$$

$$\Rightarrow \sigma(VAN_X) = 1470$$

$$CV_X = \frac{1470}{6800} = 0,216$$

*** Projet Y**

$$E(VAN_Y) = 0,4(6000) + 0,6(5000) = 5400$$

$$\sigma^2(VAN_Y) = 0,4(6000 - 5400)^2 + 0,6(5000 - 5400)^2 = 240000$$

$$\Rightarrow \sigma(VAN_Y) = 490$$

$$CV_Y = \frac{490}{5400} = 0,091$$

Résumé :

	Projet X	Projet Y
$E(VAN_i)$	6800	5400
$\sigma(VAN_i)$	1470	490
CV	0,216	0,091

⇒ Dans un contexte où l'on se base uniquement sur les résultats individuels des projets, et si l'objectif est de minimiser le coefficient de variation, on devrait opter pour le projet Y. Cependant on n'est pas certain que cette décision soit optimale, puisque l'impact du projet Y sur le risque global de l'entreprise n'a pas été pris en considération. Voyons maintenant l'impact de chacun des projets sur le risque global de l'entreprise.

*** Projets actuellement en cours dans l'entreprise**

$$E(VAN_E) = 0,4(30000) + 0,6(20000) = 24000$$

$$\sigma^2(VAN_E) = 0,4(30000 - 24000)^2 + 0,6(20000 - 24000)^2 = 24000000$$

$$\sigma(VAN_E) = 4899$$

*** Première combinaison E+X :**

$$\begin{aligned} E(VAN_E + VAN_X) &= E(VAN_E) + E(VAN_X) \\ &= 24000 + 6800 = 30800 \end{aligned}$$

$$\sigma^2(VAN_E + VAN_X) = \sigma^2(VAN_E) + \sigma^2(VAN_X) + 2COV(VAN_E, VAN_X)$$

$$COV(VAN_E, VAN_X) = -7200000$$

$$\Rightarrow \sigma^2(VAN_E + VAN_X) = 11760000$$

$$\Rightarrow \sigma(VAN_E + VAN_X) = 3429$$

$$CV_{E,X} = \frac{3429}{30800} = 0,111$$

*** Deuxième combinaison E+Y :**

$$\begin{aligned} E(VAN_E + VAN_Y) &= E(VAN_E) + E(VAN_Y) \\ &= 24000 + 5400 = 29400 \end{aligned}$$

$$\sigma^2(VAN_E + VAN_Y) = \sigma^2(VAN_E) + \sigma^2(VAN_Y) + 2COV(VAN_E, VAN_Y)$$

$$COV(VAN_E, VAN_Y) = 2400000$$

$$\Rightarrow \sigma^2(VAN_E + VAN_Y) = 29040000$$

$$\Rightarrow \sigma(VAN_E + VAN_Y) = 5389$$

$$CV_{E,Y} = \frac{5389}{29400} = 0,183$$

Résumé :

	Projets actuels et projet X	Projets actuels et projet Y
$E(VAN_E + VAN_i)$	30800	29400
$\sigma(VAN_E + VAN_i)$	3429	5389
$CV_{E,i}$	0,111	0,183

⇒ Les résultats obtenus indiquent que l'entreprise devrait choisir le projet X et non pas le projet Y. En effet le projet X est celui qui, combiné avec les autres projets de l'entreprise, maximise la VAN totale espérée de l'entreprise, tout en minimisant le risque globale de cette dernière.

5. L'analyse des projets d'investissement et le CAPM ou le MEDAF

L'analyse des projets d'investissement, en utilisant le MEDAF, permet de déterminer le taux d'actualisation approprié pour un projet d'investissement c'est-à-dire le taux de rendement minimal à exiger sur un projet d'investissement.

En effet, du point de vue d'un investisseur détenant un portefeuille de titres largement diversifié, le rendement minimal à exiger sur un projet d'investissement devrait être lié à son risque systématique de la façon suivante :

$$K = r + [E(R_M) - r]B_p$$

Où

K : taux de rendement minimal acceptable sur le projet d'investissement .

r : taux de rendement l'actif sans risque

$E(R_M)$: taux de rendement espérée du marché

B_p : coefficient bêta du projet = risque systématique = $\frac{COV(R_P, R_M)}{\sigma_2(R_M)}$

Pour déterminer si un projet donné doit être accepté ou non, il convient de comparer le taux de rendement minimal (K) qu'exigerait le marché sur ce projet compte tenu de son risque avec le taux de rendement interne espéré du projet. Si le taux de rendement interne espéré du projet excède le taux de rendement exigé par le marché, le projet devrait être accepté, si non il devrait être rejeté.

Remarque :

* Ce modèle ne devrait être utilisé que pour des projets dont la durée de vie est d'une seule période car l'une des hypothèses de base du MEDAF est que l'horizon de planification est d'une période.

* En outre, l'équation ne devrait être utilisée pour déterminer le taux de rendement minimal à exiger sur un projet d'investissement que dans les deux cas suivants :

- 1- l'entreprise est financée à 100% par des fonds propres ou
- 2- la structure de capital n'a aucune influence sur le coût du capital.

Si ces conditions ne sont pas vérifiées il convient d'ajuster le taux de rendement minimal pour tenir compte de l'impact du financement par dette.