UNIVERSITE DE SFAX
Ecole Supérieure de Commerce

Année Universitaire 2003 / 2004

Auditoire : Troisième Année
Etudes Supérieures Commerciales & Sciences Comptables

DECISIONS FINANCIERES

Série d'exercices N° 2

Choix des investissements en avenir incertain

(Corrigé)

Enseignant : Walid KHOUFI

Exercice n° 1 :

1- Probabilité d'avoir une VAN négative :

$$P\left[VAN \leq 0\right] \quad ?$$

$$P\left[VAN \leq 0\right] = P\left[Z \leq \frac{0 - E(VAN)}{\sigma(VAN)}\right]$$

$$E(VAN) = 842{,}250$$

$$\sigma^2(VAN) = \sum_{t=1}^{2} \frac{\sigma^2(CFN_t)}{(1+i)^{2t}} = 2070079{,}275$$

$$\sigma(VAN) = 1438{,}777$$

$$\Rightarrow \quad P\left[VAN \leq 0\right] = P\left[Z \leq -0{,}58539\right] = 1 - P\left[Z \leq 0{,}58539\right] \approx 0{,}28 = 28\%$$

Il y a 28% de risque pour que la VAN soit négative

2- Probabilité d'avoir un indice de rentabilité supérieure à 2 :

$$P\left[IR > 2\right] = P\left[\frac{VAN}{I_0} + 1 > 2\right] = P\left[\frac{VAN}{I_0} > 1\right] = P\left[VAN > I_0\right] = P\left[Z > \frac{I_0 - E(VAN)}{\sigma(VAN)}\right] = P\left[Z > 5{,}67\right] \approx 0$$

Il n'y a aucune chance que l'indice de rentabilité dépasse 2.

3- Acceptation du projet ?

L'acceptation ou le rejet du projet dépend du degré d'aversion du décideur envers le risque.

Exercice n° 2 : (Pr. Ezeddine ABAOUB)

1- Calcul d'écart-type :

$$\sigma^2\left(\frac{X}{a}\right) = \frac{1}{a^2}\sigma^2(X) \Rightarrow \sigma\left(\frac{X}{a}\right) = \frac{\sqrt{\sigma^2(X)}}{a}$$

$\sigma(\mathrm{CFN}_1) = 5{,}5$

$\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_1}{1+i}\right) = \frac{5{,}5}{1{,}1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_1}{1+i}\right) = 5}$

$\sigma(\mathrm{CFN}_2) = 8{,}5569781$

$\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) = \frac{8.5569781}{(1{,}1)^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) = 7{,}072}$

2- Ecart-type de la Valeur actuelle des cash-flows

$\sigma(VA) = \sqrt{\sigma^2(VA)}$

$\mathbf{VA_j}$	$\mathbf{P_j}$
$\frac{11}{1{,}1} + \frac{0}{1{,}1^2} = \mathbf{10}$	**0.25**
$\frac{11}{1{,}1} + \frac{12{,}1}{1{,}1^2} = \mathbf{20}$	**0.25**
$\frac{22}{1{,}1} + \frac{12{,}4}{1{,}1^2} = \mathbf{30{,}248}$	**0.25**
$\frac{22}{1{,}1} + \frac{24{,}2}{1{,}1^2} = \mathbf{40}$	**0.25**

E (VA) = 25,062

σ (VA) = 11,209

3- Comparaison du risque calculé et du risque trouvé :

<u>1er Cas</u> : dépendance parfaite

- dépendance parfaite positive : ρ = 1

$$\sigma(\mathrm{VA}) = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{\mathrm{CFN}_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{\mathrm{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) + 2\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_2}{(1+i)^2}\right)} = 12{,}072$$

- dépendance parfaite négative : ρ = -1

$$\sigma(\mathrm{VA}) = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{\mathrm{CFN}_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{\mathrm{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) - 2\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{\mathrm{CFN}_2}{(1+i)^2}\right)} = 2{,}072$$

<u>2e Cas</u> : indépendance parfaite : ρ = 0

$$\sigma(\mathrm{VA}) = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{\mathrm{CFN}_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{\mathrm{CFN}_2}{(1+i)^2}\right)} = 8{,}661$$

⇒ Donc ni dépendance parfaite ni indépendance parfaite

$\Rightarrow$ Depéndence partielle : $-1 \prec \rho \prec 0$

$$0 \prec \rho \prec 1$$

4- Coefficient de corrélation :

$$\sigma^2(VA) = \sigma^2\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right) + 2\rho\sigma\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right)$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\sigma^2(VA) - \sigma^2\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right) - \sigma^2\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right)}{2\sigma\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right)} = \frac{125{,}632 - 5^2 - 7{,}072^2}{2.5.7{,}072} = 0{,}716$$

$\Rightarrow$ $0 \prec \rho \prec 1$ $\Rightarrow$ **On a une dépendance partielle positive**

Exercice n° 3 :

I/1- Calcul de E(VAN) et σ (VAN)

I_0 = 18.000

				VAN_j	**P_j**	**$VAN_j.P_j$**
-18.000	**(0.4) 20.000**	**(0.7) 24.000**	**(0.2) 22.000**	**36.545,455**	**0.056**	**2046,5455**
			(0.8) 19.000	**34.291,510**	**0.224**	**7681,2983**
		(0.3) 27.000	**(0.4) 25.000**	**41.278,738**	**0.048**	**1981,3794**
			(0.6) 20.000	**37.522,164**	**0.072**	**2701,5958**
	(0.6) 25.000	**(0.5) 27.000**	**(0.4) 25.000**	**45.824,192**	**0.12**	**5498,9031**
			(0.6) 20.000	**42.067,618**	**0.18**	**7572,1713**
		(0.5) 29.000	**(0.5) 26.000**	**48.228,4**	**0.15**	**7234,26**
			(0.5) 22.000	**45.223,141**	**0.15**	**6783,4711**

$$E(VAN) = \sum_{j=1}^{8} VAN_j \ P_j = 41499{,}624$$

$$\sigma(VAN) = 5032{,}6577$$

2-Si I_0 est probabilisé

$$E(VAN_2) = 40899{,}624$$

$$\sigma(VAN_2) = 5173{,}7456$$

II/

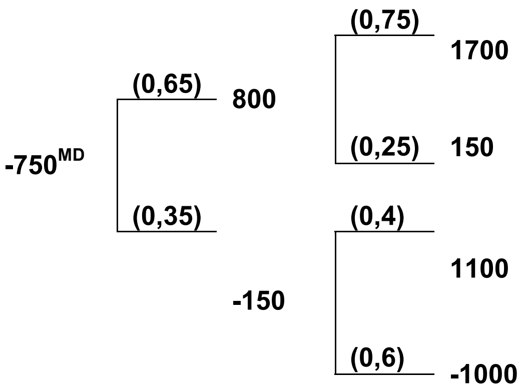
1- $E(VAN_{E+X}) = E(VAN_E) + E(VAN_X) = 414499{,}624 + 90500 = 131999{,}624$

2- Non, parce que nous ne disposons pas du degré de dépendance entre X et E

3- $\sigma(VAN) = 9223{,}1438$

Exercice N° 4:

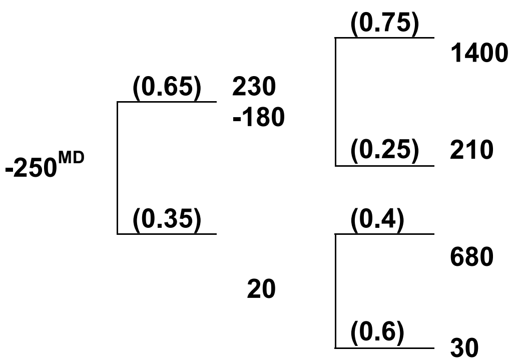
- **Usine de grande capacité (GU)**



VAN_j	P_j	$VAN_j.P_j$
1482,5094	0,4875	722,72333
128,67936	0,1625	20,910396
70,595685	0,14	9,8833959
-1763,6256	0,21	-370,36139

$$E(VAN_{GU}) = \sum_{j=1}^{4} VAN_{GUj} P_j = 383{,}15574^{MD}$$

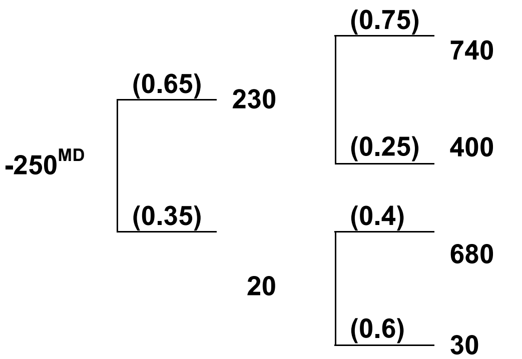
- **Usine de petite capacité avec extension**



VAN_j	P_j	$VAN_j.P_j$
1019,5432	0.4875	497,02731
-19,848895	0.1625	-3.2254455
362,62992	0.14	50,768189
-205,10525	0.21	-43,072102

$$E\left(VAN_{PU_{+ext}}\right) = \sum_{j=1}^{4} VAN_{PU_{+ext}j} P_j = 501{,}498^{MD}$$

- **Usine de petite capacité sans extension**



VAN_j	P_j	$VAN_j.P_j$
611,29793	0.4875	298,00774
314,32876	0.1625	51,078424
362,62992	0.14	50,768189
-205,10525	0.21	-43,072102

$$E\left(VAN_{PU_{-ext}}\right)=\sum_{j=1}^{4} VAN_{PU_{-ext}j} P_j = 365{,}782^{MD}$$

$E\left(VAN_{PU_{+ext}}\right) > E\left(VAN_{GU}\right) > E\left(VAN_{PU_{-ext}}\right) \Rightarrow$ Le choix optimal est celui de l'usine de petite capacité avec extension

Exercice N° 5:

a- σ_E = 1000

b- σ_{E+X} = 721,110

c- σ_{E+Y} = 1068,878

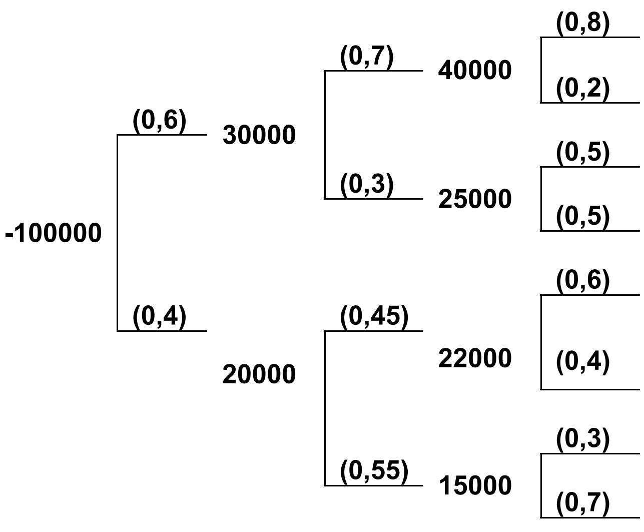
d- σ_{E+X+Y} = 950

Décision : investir dans le projet X seulement.

Exercice N°6:

1-Deux projets sont dits mutuellement exclusifs si l'on ne peut pas les acceptés tous les deux en même temps. L'adoption de l'un entraîne automatiquement le rejet de l'autre.

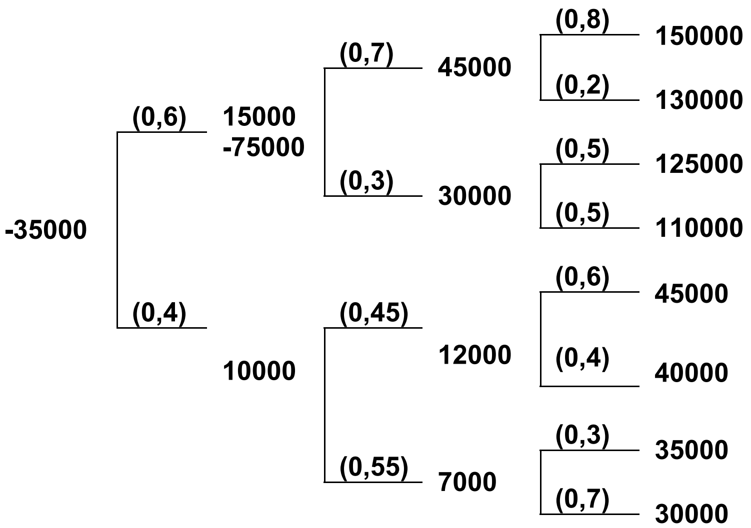
2- Projet X



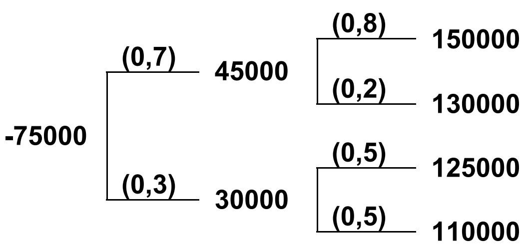
	VAN_j	P_j	$VAN_j.P_j$
150000	**73027,799**	**0,336**	**24537,34**
100000	**35462,059**	**0,084**	**2978,8129**
80000	**8039,0684**	**0,09**	**723,51615**
70000	**525,92036**	**0,09**	**47,332832**
60000	**-18557,476**	**0,108**	**-2004,2074**
50000	**-26070,624**	**0,072**	**-1877,0849**
40000	**-39368,896**	**0,066**	**-2598,3471**
30000	**-46882,044**	**0,154**	**-7219,8347**

$$E\left(VAN_X\right)=\sum_{j=1}^{8} VAN_{Xj} P_j = 14587{,}528^{MD}$$

3- Projet Y



4- 2ème Phase du projet Y

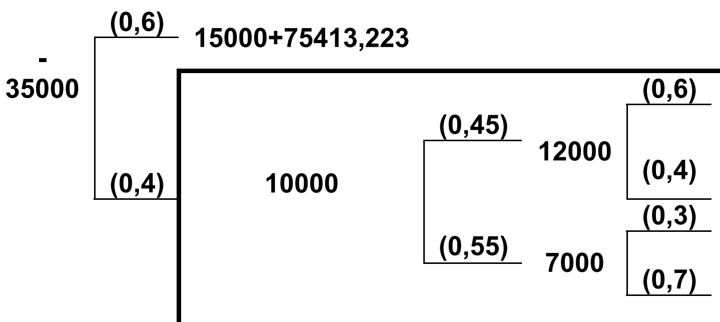


VAN_j	P_j	$VAN_j.P_j$
89876,033	0,56	50330,578
73347,107	0,14	10268,595
55578,512	0,15	8336,7769
43181,818	0,15	6477,2727

$$E(VAN_{Y2})_{t=1} = \sum_{j=1}^{4} VAN_{Y2j}P_j = 75413{,}223$$

$$E(VAN_{Y2})_{t=0} = E(VAN_{Y2})_{t=1} \times (1{,}1)^{-1} = 68557{,}475$$

5- $E(VAN_Y)$?



58099,174	0,27	15686,777
53966,942	0,18	9714,0496
45289,256	0,165	7472,7273
41157,025	0,385	15845,455
	Total	48719,008

$$E(VAN_Y) = -35000 + 0{,}6 \times \frac{(15000 + 75413{,}223)}{(1{,}1)} + 0{,}4\frac{(48719{,}008)}{(1{,}1)} = 32032{,}306^{MD}$$

6- $E(VAN_Y) > E(VAN_X) \Rightarrow$ Le choix optimal est le projet Y

Exercice N°7:

1- L'arbre de décision :
* Edition de 5000 exemplaires :

t=0	t=1 $\rightarrow$ 3		P_j	VAN_j	P_jVAN_j
	0,25	450000	0,25	187224,51	46806,127
-170000	0,4	275000	0,4	48303,866	19321,547
	0,35	100000	0,35	-90616,776	-31715,872

$$E(VAN_1) = 34411,802$$

* 2500 exemplaires + 2ème édition :

t=0	t=1-2		t=3		P_j	VAN_j	P_jVAN_j
			0,3846	200000	0,24999	171647,110	42910,060
	0,65	200000					
-90000		80000	0,6154	80000	0,40001	76387,238	30555,659
	0,35			50000	0,35	-50308,388	-17607,936

$$E(VAN2) = 55857,783$$

* 2500 exemplaires *sans* 2ème édition :

t=0	t=1-2		t=3		P_j	VAN_j	P_jVAN_j
			0,3846	40000	0,24999	113221,050	28304,130
	0,65	200000					
-90000			0,6154	15000	0,40001	93375,248	37351,033
	0,35			50000	0,35	-50308,388	-17607,936

$$E(VAN3) = 48047,227$$

2/ Le choix optimal consiste à imprimer 2500 exemplaires puis lancer une 2éme édition.